

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

2. 두 집합

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 4\}$$

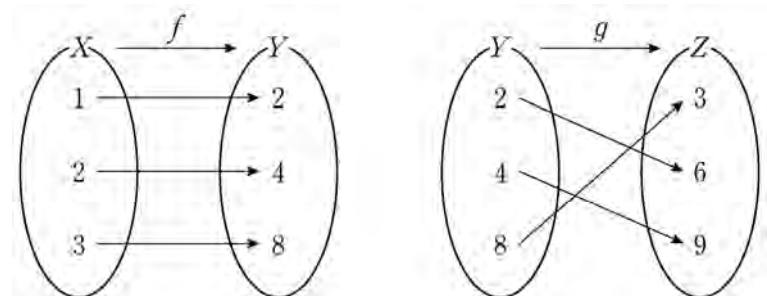
에 대하여 집합  $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^{n+1} - 4^n}{8^n + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

4. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 9

# 2

## 수학 영역(나형)

5. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

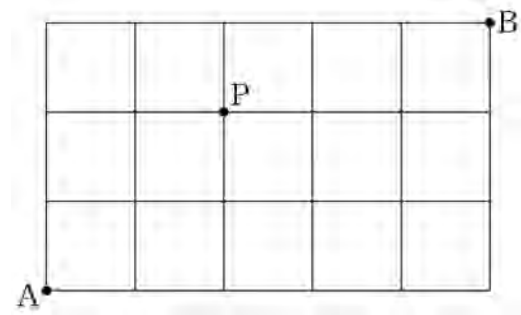
6. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p : x^2 + 2x - a = 0, \quad q : x - 3 = 0$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 15    ② 12    ③ 9    ④ 6    ⑤ 3

7. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라  $A$ 지점에서 출발하여  $P$ 지점을 지나  $B$ 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 16    ② 18    ③ 20    ④ 22    ⑤ 24

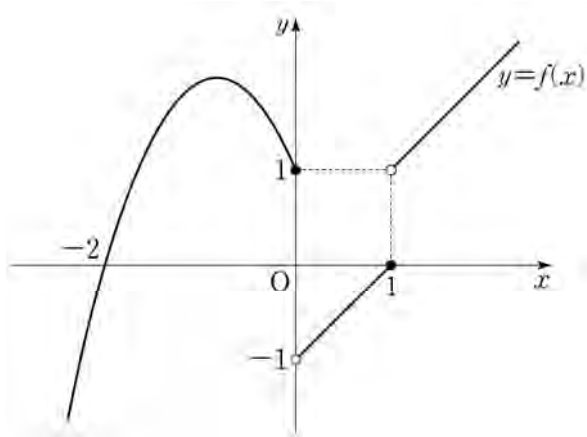
8. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

10. 닫힌 구간  $[-1, 3]$ 에서 함수  $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

11. 두 함수

$$f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = x - 4$$

에 대하여  $(g^{-1} \circ f)(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 실수  $a$ 에 대하여 명제

$$'a \geq \sqrt{3} \text{ 이면 } a^2 \geq 3 \text{ 이다.}'$$

의 대우는? [3점]

- ①  $a^2 < 3$ 이면  $a > \sqrt{3}$  이다.  
 ②  $a^2 < 3$ 이면  $a < \sqrt{3}$  이다.  
 ③  $a^2 \leq 3$ 이면  $a \leq \sqrt{3}$  이다.  
 ④  $a > \sqrt{3}$  이면  $a^2 \leq 3$  이다.  
 ⑤  $a \geq \sqrt{3}$  이면  $a^2 < 3$  이다.

13. 함수  $y = \frac{4x-5}{x-1}$  의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가

$(a, b)$  일 때,  $a+b$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + a}{x - 3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a+b$  의 값은?  
(단,  $a$  와  $b$  는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

# 6

## 수학 영역(나형)

15. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식

$x^2 - 14x + 24 = 0$ 의 두 근이  $a_3, a_8$ 이다.  $\sum_{n=3}^8 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 40      ② 42      ③ 44      ④ 46      ⑤ 48

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x = t^3 - 12t + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18



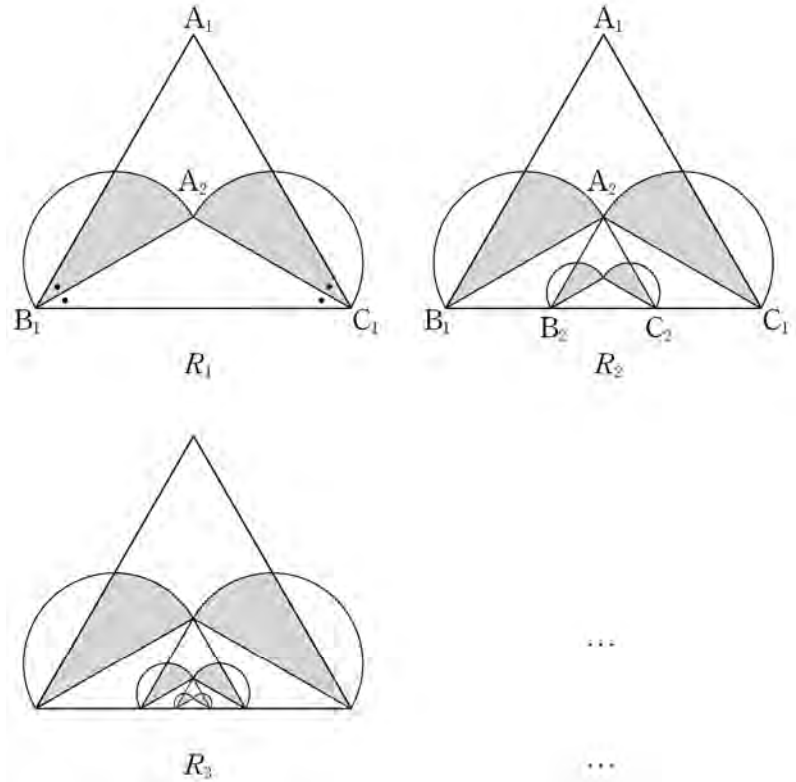
18. 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이  $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과  $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을  $A_2$ 라 하자. 두 선분  $B_1A_2$ ,  $C_1A_2$ 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $A_2$ 를 지나고 선분  $A_1B_1$ 에 평행한 직선이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $B_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 선분  $A_1C_1$ 에 평행한 직선이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 그림  $R_1$ 에 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$       ②  $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$       ③  $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$   
 ④  $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$       ⑤  $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

19. 다음은  $x$ 에 대한 다항식  $(x+a^2)^n$ 과  $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수가 같게 되는 두 자연수  $a$ 와  $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수는  $a^2n$ 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면  $x^{n-1}$ 의 계수는  $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면  $x^{n-1}$ 의 계수는  $2a^2n$ 이다.

따라서  $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여  $a$ 를  $n$ 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서  $a$ 는 자연수이고  $n$ 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10      ② 16      ③ 22      ④ 28      ⑤ 34

20. 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + 1 \quad (k > 0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선  $l$ ,  $m$ 의 기울기가 모두  $3k^2$ 이다. 곡선  $y=f(x)$ 에 접하고  $x$ 축에 평행한 두 직선과 접선  $l$ ,  $m$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$



21. 함수

$$f(x) = \frac{k}{x-11} + 6 \quad (k \geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 개수는?  
[4점]

$|f(x)| \leq y \leq -x+5$ 인 두 자연수  $x, y$ 의 모든 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

- ① 18      ② 21      ③ 24      ④ 27      ⑤ 30

단답형

22.  ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 5x^5 + 3x^3 + x$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오.  
[3점]

24. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합  $A$ 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \cap A = \emptyset$$

을 만족시키는 모든 집합  $A$ 의 개수를 구하시오. [3점]

25.  $\log_3 \frac{9}{2} + \log_3 6$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = \frac{1}{4}$$

일 때,  $a_5 = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 함수  $y = \sqrt{ax+b+c}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-4$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $3$ 만큼 평행이동한 후,  $y$ 축에 대하여 대칭이동하였더니 함수  $y = \sqrt{-2x+9}+6$ 의 그래프와 일치하였다.  $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.) [4점]

28. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어, 꺼낸 흰 공과 검은 공의 개수를 각각  $m, n$ 이라 하자. 이 시행에서  $2m \geq n$ 일 때, 꺼낸 흰 공의 개수가 2일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 수열  $\{b_n\}$ 은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.  $b_{10} = a_{10}$ 일 때,  $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고  $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수  $\alpha$ 가 존재한다.

(나)  $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수  $\beta$ 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.