

2018학년도 4월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

[나형]

1	4	2	3	3	1	4	3	5	5
6	2	7	2	8	3	9	5	10	5
11	4	12	5	13	4	14	5	15	4
16	4	17	2	18	1	19	1	20	3
21	2	22	4	23	1	24	12	25	24
26	3	27	124	28	26	29	93	30	19

1. [출제의도] 집합 연산하기

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은 4

2. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 계산하기

$$(3^4)^{\frac{1}{2}} = 3^{4 \times \frac{1}{2}} = 3^2 = 9$$

3. [출제의도] 순열의 수 계산하기

$${}_9P_2 = 9 \times 8 = 72$$

4. [출제의도] \sum 의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} (a_n - 1) &= \sum_{n=1}^{10} a_n - \sum_{n=1}^{10} 1 \\ &= 20 - 1 \times 10 = 10 \end{aligned}$$

5. [출제의도] 역함수 이해하기

$$\begin{aligned} f(2) &= -1, f^{-1}(-3) = 3 \text{이므로} \\ f(2) + f^{-1}(-3) &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

6. [출제의도] 자연수의 분할 이해하기

$$\begin{aligned} 7 &= 1 + 1 + 5 \\ &= 1 + 2 + 4 \\ &= 1 + 3 + 3 \\ &= 2 + 2 + 3 \end{aligned}$$

이므로 자연수 7을 세 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는 4

7. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

함수 $y = \sqrt{x+k}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 그래프는 함수 $y = \sqrt{x+1} + k + 1$ 의 그래프와 같고 이 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지나므로 $k+2=4$
따라서 $k=2$

8. [출제의도] 집합의 포함관계 이해하기

$\{1, 2\} \subset B \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B 의 개수는 집합 $\{3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
따라서 집합 B 의 개수는 $2^3 = 8$

9. [출제의도] 유리함수의 그래프 이해하기

$y = \frac{3x+2}{x-2} = \frac{8}{x-2} + 3$ 이므로
함수 $y = \frac{3x+2}{x-2}$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x=2, y=3$ 이다.
그러므로 $m=2, n=3$
따라서 $m+n=2+3=5$

10. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\begin{aligned} f(1) &= 4, \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1 \text{이므로} \\ f(1) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

11. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 활용하여 추론하기

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= \frac{a_1+1}{3a_1-2} = \frac{1+1}{3 \times 1 - 2} = 2 \\ a_3 &= \frac{a_2+1}{3a_2-2} = \frac{2+1}{3 \times 2 - 2} = \frac{3}{4} \\ a_4 &= \frac{a_3+1}{3a_3-2} = \frac{\frac{3}{4}+1}{3 \times \frac{3}{4} - 2} = 7 \end{aligned}$$

12. [출제의도] 로그의 정의 이해하기

a 는 로그의 밑이므로 $a > 0, a \neq 1$
 $-2a+14$ 는 진수이므로 $-2a+14 > 0, a < 7$
따라서 $0 < a < 7, a \neq 1$
로그가 정의되도록 하는 정수 a 는 2, 3, 4, 5, 6
이므로 정수 a 의 개수는 5

13. [출제의도] 함수의 연속성 이해하기

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x-3}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=3$ 에서 연속이다.
따라서 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = a$ 이다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+1) = 4 \end{aligned}$$

따라서 $a=4$

14. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 3 \text{이므로 } a = 3 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+2}+1}{a^n-1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2}+1}{3^n-1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2 + \frac{1}{3^n}}{1 - \frac{1}{3^n}} = 9 \end{aligned}$$

15. [출제의도] 명제를 활용하여 추론하기

실수 x 에 대한 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면
 $P = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$,
 $Q = \{x \mid x > 4\}$,
 $R = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$
 $\neg. P \subset Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.
 $\neg. P \subset R$ 이므로 $p \rightarrow r$ 는 참이다.
 $\neg. Q^C = \{x \mid x \leq 4\}$ 이고 $R \subset Q^C$ 이므로 $r \rightarrow \sim q$ 는 참이다.
따라서 참인 명제는 \neg, \neg

16. [출제의도] 수열의 극한을 활용하여 문제해결하기

점 (a_n, \sqrt{n}) 이 원 $x^2 + y^2 = 4n^2$ 위의 점이므로 $(a_n)^2 + (\sqrt{n})^2 = 4n^2$ 이다.
 $a_n > 0$ 이므로 $a_n = \sqrt{4n^2 - n}$

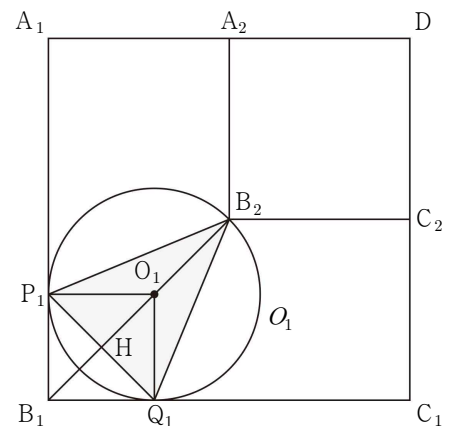
$$\begin{aligned} \text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - a_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - n}) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n + \sqrt{4n^2 - n}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

17. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

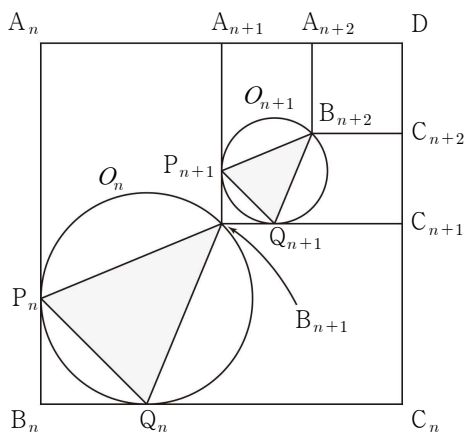
(가)에서 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = -1$ 이므로 $f(x)$ 는 이차항의 계수가 -1인 이차함수이다.
 $f(x) = -x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)라 하면
(나)에서
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-3}{x^2} = -1$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x)-3\} = 0, b = 3$
그러므로
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + ax}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(-1 + \frac{a}{x}\right) = -1$
에서 $a=0$ 이다.
따라서 $f(x) = -x^2 + 3$ 이므로 $f(1) = 2$

18. [출제의도] 등비급수를 활용하여 문제해결하기

그림 R_1 에서
원 O_1 의 중심을 O_1 , 반지름의 길이를 x 라 하고,
점 B_2 에서 선분 P_1Q_1 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.



$\overline{B_1D} = 2\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{B_1B_2} = \sqrt{2}$ 이다.
두 점 P_1, Q_1 은 원 O_1 이 변 A_1B_1, B_1C_1 과 각각 접하는 점이므로 사각형 $O_1P_1B_1Q_1$ 은 한 변의 길이가 x 인 정사각형이다.
 $\overline{B_1O_1} = \sqrt{2}x$ 이므로 $\overline{B_1O_1} + \overline{O_1B_2} = \sqrt{2}x + x = \sqrt{2}$
따라서 $x = 2 - \sqrt{2}$
또한 $\overline{P_1Q_1} = \sqrt{2}x = 2\sqrt{2} - 2$,
 $\overline{B_2H} = x + \frac{\sqrt{2}}{2}x = 1$ 이다.
그러므로 $S_1 = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} - 2) \times 1 = \sqrt{2} - 1$
다음은 그림 R_{n+1} 의 일부이다.



정사각형 $A_n B_n C_n D$ 와 정사각형 $A_{n+1} B_{n+1} C_{n+1} D$ 는 서로 닮음이고 점 A_{n+1} 과 점 C_{n+1} 은 각각 변 $A_n D$ 와 변 $C_n D$ 의 중점이므로 닮음비는 2:1이다.

그러므로 두 삼각형 $B_{n+1} P_n Q_n$, $B_{n+2} P_{n+1} Q_{n+1}$ 은 서로 닮음이고 닮음비가 2:1이므로 넓이의 비는 4:1이다.

따라서 S_n 은 첫째항이 $\sqrt{2}-1$ 이고 공비가 $\frac{1}{4}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\sqrt{2}-1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}(\sqrt{2}-1) = \frac{4\sqrt{2}-4}{3}$$

19. [출제의도] 로그의 성질을 활용하여 문제해결하기

(가)에서 $\sqrt[3]{a}$ 는 ab 의 네제곱근이므로

$$a^{\frac{4}{3}} = ab, b = a^{\frac{1}{3}}$$

(나)에서

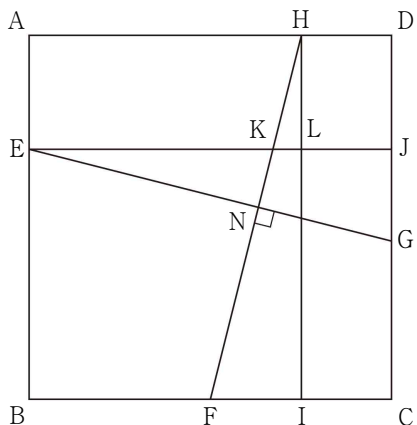
$$\begin{aligned} \log_a bc + \log_a ac &= \log_a a^{\frac{1}{3}}c + \log_a \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}ac \\ &= \frac{1}{3}\log_a a + \log_a c + 3(\log_a a + \log_a c) \\ &= \frac{10}{3} + 4\log_a c = 4 \end{aligned}$$

$$\log_a c = \frac{1}{6}, c = a^{\frac{1}{6}}$$

$$\text{따라서 } a = \left(\frac{b}{c}\right)^k = \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}}\right)^k = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1}\right)^k = a^{\frac{k}{6}} \text{이므로}$$

$$k=6$$

20. [출제의도] 수열의 합을 활용하여 문제해결하기



점 H에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 I라 하고 점 E에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 J라 하자. 두 선분 HF, HI와 선분 EJ가 만나는 점을 각각 K, L이라 하고, 선분 EG와 선분 HF가 만나는 점을 N이라 하면

$$\angle HKL = \angle NKE \text{이고, } \angle KLH = \angle ENK = 90^\circ$$

이므로 $\angle KEN = \angle LHK$

또한 $\overline{HI} = \overline{EJ}$ 이고 $\angle FIH = \angle GJE = 90^\circ$ 이므로 두 삼각형 HFI, EGJ는 합동이다.

따라서 $\overline{EG} = \overline{HF} = \sqrt{4n^2+1}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2} \times \sqrt{4n^2+1} \times \sqrt{4n^2+1} \\ &= \frac{4n^2+1}{2} = 2n^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} S_n &= \sum_{n=1}^{10} \left(2n^2 + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + \frac{1}{2} \times 10 \\ &= 775 \end{aligned}$$

21. [출제의도] 중복조합을 활용하여 경우의 수 추론하기

조건에 맞는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하려면 (가)를 만족시키는 경우에서

두 점 (a, b) , (c, d) 가 서로 같은 경우와

점 (a, b) 또는 점 (c, d) 가 직선 $y=2x$ 위에 있는 경우를 제외하면 된다.

$a=a'+1, b=b'+1, c=c'+1, d=d'+1$ 이라 하면

$a+b+c+d=12$ 를 만족시키는 자연수 해의 개수는 $a'+b'+c'+d'=8$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

$${}_4H_8 = {}_{11}C_3 = 165$$

(i) 두 점 (a, b) , (c, d) 가 같은 경우

$a=c, b=d$ 이므로 $a+b=6$ 이고

순서쌍의 개수는 ${}_2H_4 = 5$

즉, 순서쌍은 $(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3), (3, 3), (4, 2), (4, 2), (5, 1), (5, 1)$ 의 5가지이다.

(ii) 점 (a, b) 가 직선 $y=2x$ 위에 있는 경우

$b=2a$ 이므로 $3a+c+d=12$

$a=1$ 인 경우 $c+d=9$ 의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_7 = 8$

$a=2$ 인 경우 $c+d=6$ 의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_4 = 5$

$a=3$ 인 경우 $c+d=3$ 의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_1 = 2$

따라서 점 (a, b) 가 직선 $y=2x$ 위에 있을 때의 순서쌍의 개수 $8+5+2=15$ 에서

(i)과 중복되는 순서쌍 $(2, 4, 2, 4)$ 를 제외한 순서쌍의 개수는 14이다.

(iii) 점 (c, d) 가 직선 $y=2x$ 위에 있는 경우

(ii)와 같이 순서쌍의 개수는 14이다.

(iv) 두 점 (a, b) , (c, d) 가 모두

직선 $y=2x$ 위에 있는 경우

$3a+3c=12$ 이므로 $a+c=4$

따라서 두 점 (a, b) , (c, d) 가 모두

직선 $y=2x$ 위에 있을 때의 순서쌍의 개수 ${}_2H_2 = 3$ 에서

(i)과 중복되는 순서쌍 $(2, 4, 2, 4)$ 를 제외한 순서쌍의 개수는 2이다.

(i), (ii), (iii), (iv)에 의하여 구하는 순서쌍의 개수는 $165-5-(14+14-2)=134$

22. [출제의도] 수열의 극한의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 2 \lim_{n \rightarrow \infty} b_n \\ &= 2 + 2 \times 1 = 4 \end{aligned}$$

23. [출제의도] 급수의 뜻 이해하기

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+2)} &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \\ &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) = 1 \end{aligned}$$

24. [출제의도] 등비중항 이해하기

세 수 $a^2, 12, b^2$ 이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$12^2 = a^2 b^2 = (ab)^2$$

a, b 는 양수이므로 $a \times b = 12$

25. [출제의도] 이항정리 이해하기

$(x+2y)^4$ 의 전개식의 일반항은

$${}_4C_r x^r (2y)^{4-r} = {}_4C_r 2^{4-r} x^r y^{4-r} \text{이고}$$

$x^2 y^2$ 인 항은 $r=2$ 인 경우이다.

따라서 $x^2 y^2$ 의 계수는 ${}_4C_2 \times 2^2 = 24$

26. [출제의도] 합성함수의 값 추론하기

$$(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-2) = -2 + a$$

$$(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(a)$$

(i) $a < 2$ 일 때

$$g(a) = a - 2 \text{이므로}$$

$$(f \circ g)(0) + (g \circ f)(0) = -2 + a + a - 2 = 10 \text{에서}$$

$a=7$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a \geq 2$ 일 때

$$g(a) = a^2 \text{이므로}$$

$$(f \circ g)(0) + (g \circ f)(0) = -2 + a + a^2 = 10 \text{에서}$$

$a=-4$ 또는 $a=3$

$a \geq 2$ 이므로 $a=3$

(i), (ii)에 의하여 $a=3$

27. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 문제해결하기

$$\left(\sqrt{3^n}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{n}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{n}{4}}, \sqrt[3]{3^{100}} = 3^{\frac{100}{3}}$$

$3^{\frac{n}{4}}, 3^{\frac{100}{3}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는

$n(n \geq 2)$ 은 4의 배수이고 100의 양의 약수이다.

따라서 구하는 모든 n 의 값의 합은

$$4 + 20 + 100 = 124$$

28. [출제의도] 등차수열을 활용하여 추론하기

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

(가)에서

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 159 \text{이므로}$$

$$a_1 + d = 53 \quad \text{..... ㉠}$$

(나)에서

$$(a_m - 2d) + (a_m - d) + a_m = 96 \text{이므로}$$

$$a_m - d = 32 \quad \text{..... ㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a_1 + a_m = 85$ 이므로

$$\sum_{k=1}^m a_k = \frac{m}{2} (a_1 + a_m) = \frac{m}{2} \times 85 = 425 \text{이고}$$

$m=10$ 이다.

또한 ㉠, ㉡에서 $a_1 = 56, d = -3$ 이므로

$$a_n = -3n + 59$$

따라서 $a_{11} = -33 + 59 = 26$

29. [출제의도] 이항정리를 활용하여 경우의 수 추론하기

$n(S_1) = k(3 \leq k \leq 10, k$ 는 자연수)인 집합 S_1 의

개수는 전체집합 U 의 원소 10개 중 서로 다른

k 개를 선택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_{10}C_k$ 이다.

또한 $S_1 \subset S_2 \subset S_3$ 이므로 집합 S_1 에 속하지 않는 원소는 세 집합 $S_2 - S_1, S_3 - S_2, U - S_3$ 중 어느 한 집합에 속해야 한다.

집합 S_1 에 속하지 않는 $(10-k)$ 개의 원소가 세 집합 $S_2 - S_1, S_3 - S_2, U - S_3$ 중 어느 한 집합의 원소가 되도록 정하는 경우의 수는 서로 다른 세 개에서 중복을 허락하여 $(10-k)$ 개를 선택하는 중복순열의 수 ${}_3\Pi_{10-k} = 3^{10-k}$ 과 같다.

그러므로 $n(S_1) = k$ 일 때 집합 S_1, S_2, S_3 의 순서쌍 (S_1, S_2, S_3) 의 개수는 ${}_{10}C_k \times 3^{10-k}$ 이다.

따라서 $n(S_1) \geq 3, S_1 \subset S_2 \subset S_3$ 을 만족시키는 순서쌍 (S_1, S_2, S_3) 의 개수는 이항정리에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=3}^{10} ({}_{10}C_k \times 3^{10-k}) &= \sum_{k=3}^{10} {}_{10}C_k \times 1^k \times 3^{10-k} \\ &= \sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k \times 1^k \times 3^{10-k} - \sum_{k=0}^2 {}_{10}C_k \times 1^k \times 3^{10-k} \\ &= (1+3)^{10} - (3^{10} + 10 \times 3^9 + 45 \times 3^8) \\ &= 4^{10} - 84 \times 3^8 \end{aligned}$$

따라서 $f(k) = 3^{10-k}$ 이고 $a = 84$ 이므로

$$a + f(8) = 84 + 9 = 93$$

<참고>

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k \times 1^k \times 3^{10-k} &= {}_{10}C_0 \times 1^0 \times 3^{10} + {}_{10}C_1 \times 1^1 \times 3^9 + \dots + {}_{10}C_{10} \times 1^{10} \times 3^0 \\ &= (1+3)^{10} \end{aligned}$$

30. [출제의도] 함수의 연속을 활용하여 문제해결하기

$$f(x) = \frac{-ax - b + 1}{ax + b} = \frac{1}{ax + b} - 1$$

함수 $y = g(x)$ 의 그래프는

$f(x) < k$ 일 때 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하고

y 축의 방향으로 $2k$ 만큼 평행이동한 그래프이고,

$f(x) \geq k$ 일 때 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 같다.

$$g(x) = \begin{cases} 2k - f(x) & (f(x) < k) \\ f(x) & (f(x) \geq k) \end{cases} \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)| \text{ 또는}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} |2k - f(x)| \text{이다.}$$

(가)에서 $\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)| = \frac{1}{2} \text{이라 하면}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{ax + b} - 1 \right| = 1 \neq \frac{1}{2} \text{이므로}$$

조건에 맞지 않는다.

한편 $\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} |2k - f(x)|$ 라 하면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left| 2k - \frac{1}{ax + b} + 1 \right| = |2k + 1| = \frac{1}{2}$$

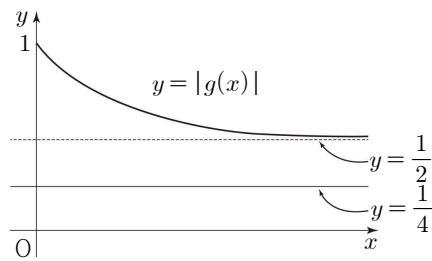
이므로 $k = -\frac{1}{4}$ 또는 $k = -\frac{3}{4}$ 이다.

(나)에서 $|g(0)| = 1$ 이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의

한 점근선 $x = -\frac{b}{a}$ 는 $ab > 0$ 이므로 $-\frac{b}{a} < 0$ 이다.

(i) $k = -\frac{1}{4}, a < 0$ 일 때

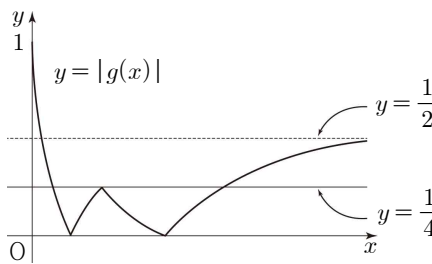
함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 그림과 같다.



따라서 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -k$ 는 만나지 않으므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(ii) $k = -\frac{1}{4}, a > 0$ 일 때

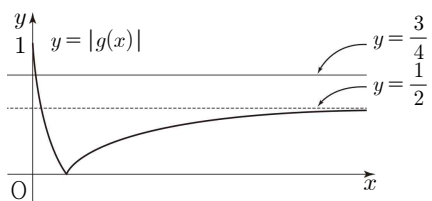
함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 그림과 같다.



따라서 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -k$ 는 서로 다른 세 점에서 만나므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(iii) $k = -\frac{3}{4}, a < 0$ 일 때

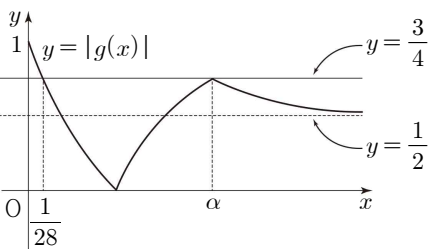
함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 그림과 같다.



따라서 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -k$ 는 한 점에서 만나므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(iv) $k = -\frac{3}{4}, a > 0$ 일 때

함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 그림과 같다.



따라서 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -k$ 는 서로 다른 두 점에서만 만나므로 조건 (다)를 만족시킨다.

(i), (ii), (iii), (iv)에 의하여 $k = -\frac{3}{4}, a > 0$

이때 $|g(0)| = f(0) = 1$ 이므로 $b = \frac{1}{2}$ 이고

$$\left| g\left(\frac{1}{28}\right) \right| = f\left(\frac{1}{28}\right) = -k = \frac{3}{4} \text{에서 } a = 2 \text{이다.}$$

두 함수 $y = |g(x)|, y = f(x)$ 의 그래프의 x 절편이

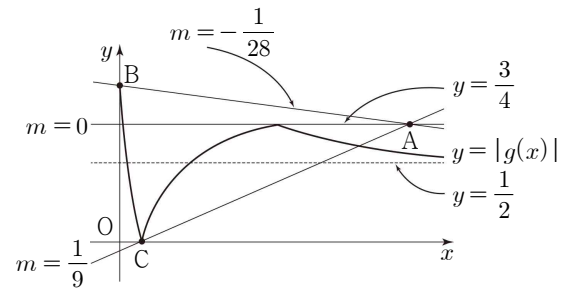
$$\text{같으므로 } 0 = \frac{1}{2x + \frac{1}{2}} - 1 \text{에서 } x = \frac{1}{4} \text{이다.}$$

또한 $|g(\alpha)| = \frac{3}{4}$ 에서 $f(\alpha) = -\frac{3}{4}$ 이고 $\alpha = \frac{7}{4}$

$$\text{직선 } y = m(x - 4\alpha) + \frac{3}{4} \text{이 지나는 점 } \left(4\alpha, \frac{3}{4}\right)$$

즉, $\left(7, \frac{3}{4}\right)$ 을 점 A라 하고 B(0, 1), C $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ 이라

하면 두 직선 AB, AC와 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프는 그림과 같다.



두 직선 AB, AC의 기울기는 각각 $-\frac{1}{28}, \frac{1}{9}$

이고 함수 $h(m)$ 은 다음과 같다.

$$h(m) = \begin{cases} 1 & \left(m < -\frac{1}{28}\right) \\ 2 & \left(-\frac{1}{28} \leq m \leq 0\right) \\ 3 & \left(0 < m < \frac{1}{9}\right) \\ 2 & \left(m = \frac{1}{9}\right) \\ 1 & \left(m > \frac{1}{9}\right) \end{cases}$$

함수 $h(m)$ 이 불연속이 되는 실수 m 의 값은

$$m = -\frac{1}{28}, m = 0, m = \frac{1}{9} \text{이므로}$$

모든 실수 m 의 값의 합

$$M = -\frac{1}{28} + 0 + \frac{1}{9} = \frac{19}{252} \text{이다.}$$

따라서 $252M = 19$