2018학년도 4월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

[나형]

1	④	**2**	③	**3**	①	**4**	③	**5**	⑤
6	②	**7**	②	**8**	③	**9**	⑤	**10**	⑤
11	④	**12**	⑤	**13**	④	**14**	⑤	**15**	④
16	④	**17**	②	**18**	①	**19**	①	**20**	③
21	②	**22**	4	**23**	1	**24**	12	**25**	24
26	3	**27**	124	**28**	26	**29**	93	**30**	19

1. [출제의도] 집합 연산하기

$A\cap B=\{1,3\}$이므로 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은 4

2. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 계산하기

$(3^4)^{\frac{1}{2}}=3^{4\times\frac{1}{2}}=3^2=9$

3. [출제의도] 순열의 수 계산하기

${}_9\mathrm{P}_2=9\times 8=72$

4. [출제의도] $\sum$의 성질 이해하기

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n-1)=\sum_{n=1}^{10}a_n-\sum_{n=1}^{10}1$$
$$=20-1\times 10=10$$

5. [출제의도] 역함수 이해하기

$f(2)=-1$, $f^{-1}(-3)=3$이므로

$f(2)+f^{-1}(-3)=-1+3=2$

6. [출제의도] 자연수의 분할 이해하기

$7=1+1+5$
$=1+2+4$
$=1+3+3$
$=2+2+3$

이므로 자연수 7을 세 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는 4

7. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

함수 $y=\sqrt{x}+k$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 그래프는 함수 $y=\sqrt{x+1}+k+1$의 그래프와 같고 이 그래프가 점 $(0,4)$를 지나므로

$k+2=4$

따라서 $k=2$

8. [출제의도] 집합의 포함관계 이해하기

$\{1,2\}\subset B\subset\{1,2,3,4,5\}$이므로 집합 B의 개수는 집합 $\{3,4,5\}$의 부분집합의 개수와 같다.

따라서 집합 B의 개수는 $2^3=8$

9. [출제의도] 유리함수의 그래프 이해하기

$y=\dfrac{3x+2}{x-2}=\dfrac{8}{x-2}+3$이므로

함수 $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$의 그래프의 점근선은

두 직선 $x=2$, $y=3$이다.

그러므로 $m=2$, $n=3$

따라서 $m+n=2+3=5$

10. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$f(1)=4$, $\lim\limits_{x\to4-}f(x)=1$이므로

$f(1)+\lim\limits_{x\to4-}f(x)=4+1=5$

11. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 활용하여 추론하기

$a_1=1$

$a_2=\dfrac{a_1+1}{3a_1-2}=\dfrac{1+1}{3\times1-2}=2$

$a_3=\dfrac{a_2+1}{3a_2-2}=\dfrac{2+1}{3\times2-2}=\dfrac{3}{4}$

$a_4=\dfrac{a_3+1}{3a_3-2}=\dfrac{\frac{3}{4}+1}{3\times\frac{3}{4}-2}=7$

12. [출제의도] 로그의 정의 이해하기

a는 로그의 밑이므로 $a>0$, $a\neq1$

$-2a+14$는 진수이므로 $-2a+14>0$, $a<7$

따라서 $0<a<7$, $a\neq1$

로그가 정의되도록 하는 정수 a는 2, 3, 4, 5, 6 이므로 정수 a의 개수는 5

13. [출제의도] 함수의 연속성 이해하기

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x-3}{x-3} & (x\neq3)\\ a & (x=3)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$x=3$에서 연속이다.

따라서 $\lim\limits_{x\to3}f(x)=a$이다.

$$\lim_{x\to3}\frac{x^2-2x-3}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+1)}{x-3}$$
$$=\lim_{x\to3}(x+1)=4$$

따라서 $a=4$

14. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n-1}{n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}=3$이므로 $a=3$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a^{n+2}+1}{a^n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+2}+1}{3^n-1}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3^2+\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3^n}}=9$$

15. [출제의도] 명제를 활용하여 추론하기

실수 x에 대한 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라 하면

$P=\{x\mid 0\le x\le3\}$,

$Q=\{x\mid x>4\}$,

$R=\{x\mid -1\le x\le 3\}$

ㄱ. $P\not\subset Q$이므로 $p\to q$는 거짓이다.

ㄴ. $P\subset R$이므로 $p\to r$는 참이다.

ㄷ. $Q^C=\{x\mid x\le4\}$이고 $R\subset Q^C$이므로
$r\to\sim q$는 참이다.

따라서 참인 명제는 ㄴ, ㄷ

16. [출제의도] 수열의 극한을 활용하여 문제해결하기

점 $(a_n,\sqrt{n})$이 원 $x^2+y^2=4n^2$ 위의 점이므로

$(a_n)^2+(\sqrt{n})^2=4n^2$이다.

$a_n>0$이므로 $a_n=\sqrt{4n^2-n}$

따라서 $\lim\limits_{n\to\infty}(2n-a_n)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-n}\right)$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n+\sqrt{4n^2-n}}$$
$$=\frac{1}{4}$$

17. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

(가)에서 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}=-1$이므로

$f(x)$는 이차항의 계수가 -1인 이차함수이다.

$f(x)=-x^2+ax+b$(a, b는 상수)라 하면

(나)에서

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-3}{x^2}=-1$이고 $\lim\limits_{x\to0}x^2=0$이므로

$\lim\limits_{x\to0}\{f(x)-3\}=0$, $b=3$

그러므로

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-3}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-x^2+ax}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\left(-1+\dfrac{a}{x}\right)=-1$

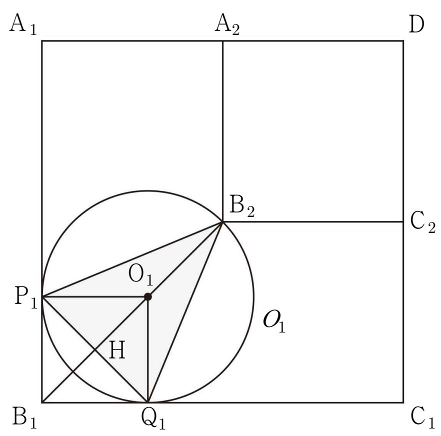
에서 $a=0$이다.

따라서 $f(x)=-x^2+3$이므로 $f(1)=2$

18. [출제의도] 등비급수를 활용하여 문제해결하기

그림 R_1에서

원 O_1의 중심을 O_1, 반지름의 길이를 x라 하고, 점 B_2에서 선분 $\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{\mathrm{B_1D}}=2\sqrt{2}$이므로 $\overline{\mathrm{B_1B_2}}=\sqrt{2}$이다.

두 점 P_1, Q_1은 원 O_1이 변 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$과 각각 접하는 점이므로 사각형 $\mathrm{O_1P_1B_1Q_1}$은 한 변의 길이가 x인 정사각형이다.

$\overline{\mathrm{B_1O_1}}=\sqrt{2}x$이므로 $\overline{\mathrm{B_1O_1}}+\overline{\mathrm{O_1B_2}}=\sqrt{2}x+x=\sqrt{2}$

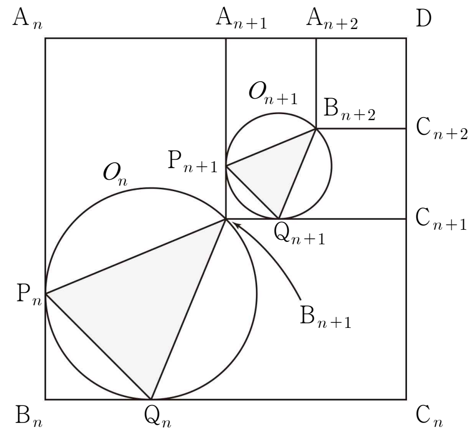
따라서 $x=2-\sqrt{2}$

또한 $\overline{\mathrm{P_1Q_1}}=\sqrt{2}x=2\sqrt{2}-2$,

$\overline{\mathrm{B_2H}}=x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=1$이다.

그러므로 $S_1=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{2}-2)\times1=\sqrt{2}-1$

다음은 그림 R_{n+1}의 일부이다.



정사각형 $A_nB_nC_nD$와 정사각형 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D$는 서로 닮음이고 점 A_{n+1}과 점 C_{n+1}은 각각 변 A_nD와 변 C_nD의 중점이므로

닮음비는 $2:1$이다.

그러므로 두 삼각형 $B_{n+1}P_nQ_n$, $B_{n+2}P_{n+1}Q_{n+1}$은 서로 닮음이고 닮음비가 $2:1$이므로

넓이의 비는 $4:1$이다.

따라서 S_n은 첫째항이 $\sqrt{2}-1$이고 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이므로

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\sqrt{2}-1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}(\sqrt{2}-1) = \frac{4\sqrt{2}-4}{3}$$

19. [출제의도] 로그의 성질을 활용하여 문제해결하기

(가)에서 $\sqrt[3]{a}$는 ab의 네제곱근이므로

$a^{\frac{4}{3}} = ab$, $b = a^{\frac{1}{3}}$

(나)에서

$$\log_a bc + \log_b ac = \log_a a^{\frac{1}{3}}c + \log_{a^{\frac{1}{3}}} ac$$

$$= \frac{1}{3}\log_a a + \log_a c + 3(\log_a a + \log_a c)$$

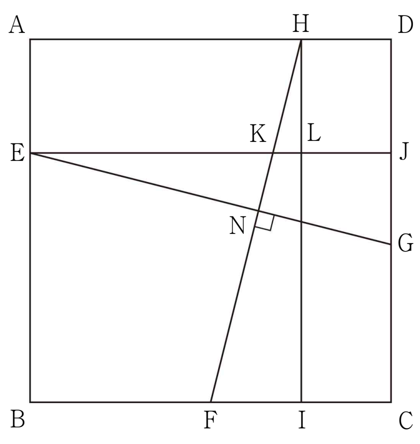
$$= \frac{10}{3} + 4\log_a c = 4$$

$\log_a c = \frac{1}{6}$, $c = a^{\frac{1}{6}}$

따라서 $a = \left(\frac{b}{c}\right)^k = \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}}\right)^k = \left(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}\right)^k = a^{\frac{k}{6}}$이므로

$k = 6$

20. [출제의도] 수열의 합을 활용하여 문제해결하기



점 H에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 I라 하고 점 E에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 J라 하자.

두 선분 HF, HI와 선분 EJ가 만나는 점을 각각 K, L이라 하고, 선분 EG와 선분 HF가 만나는 점을 N이라 하면

$\angle HKL = \angle NKE$이고, $\angle KLH = \angle ENK = 90^\circ$이므로 $\angle KEN = \angle LHK$

또한 $\overline{HI} = \overline{EJ}$이고 $\angle FIH = \angle GJE = 90^\circ$이므로

두 삼각형 HFI, EGJ는 합동이다.

따라서 $\overline{EG} = \overline{HF} = \sqrt{4n^2+1}$

$$S_n = \frac{1}{2} \times \sqrt{4n^2+1} \times \sqrt{4n^2+1}$$

$$= \frac{4n^2+1}{2} = 2n^2 + \frac{1}{2}$$

따라서

$$\sum_{n=1}^{10} S_n = \sum_{n=1}^{10}\left(2n^2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2 \times \frac{10 \times 11 \times 21}{6} + \frac{1}{2} \times 10$$

$$= 775$$

21. [출제의도] 중복조합을 활용하여 경우의 수 추론하기

조건에 맞는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하려면 (가)를 만족시키는 경우에서

두 점 (a, b), (c, d)가 서로 같은 경우와

점 (a, b) 또는 점 (c, d)가 직선 $y = 2x$ 위에 있는 경우를 제외하면 된다.

$a = a'+1$, $b = b'+1$, $c = c'+1$, $d = d'+1$이라 하면

$a+b+c+d = 12$를 만족시키는 자연수 해의 개수는

$a'+b'+c'+d' = 8$을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수와 같으므로

${}_4H_8 = {}_{11}C_3 = 165$

(ⅰ) 두 점 (a, b), (c, d)가 같은 경우

$a = c$, $b = d$이므로 $a+b = 6$이고

순서쌍의 개수는 ${}_2H_4 = 5$

즉, 순서쌍은 $(1, 5, 1, 5)$, $(2, 4, 2, 4)$, $(3, 3, 3, 3)$, $(4, 2, 4, 2)$, $(5, 1, 5, 1)$의 5가지이다.

(ⅱ) 점 (a, b)가 직선 $y = 2x$ 위에 있는 경우

$b = 2a$이므로 $3a+c+d = 12$

$a = 1$인 경우 $c+d = 9$의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_7 = 8$

$a = 2$인 경우 $c+d = 6$의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_4 = 5$

$a = 3$인 경우 $c+d = 3$의 자연수 해의 개수는 ${}_2H_1 = 2$

따라서 점 (a, b)가 직선 $y = 2x$ 위에 있을 때의 순서쌍의 개수 $8+5+2 = 15$에서

(ⅰ)과 중복되는 순서쌍 $(2, 4, 2, 4)$를 제외한 순서쌍의 개수는 14이다.

(ⅲ) 점 (c, d)가 직선 $y = 2x$ 위에 있는 경우

(ⅱ)와 같이 순서쌍의 개수는 14이다.

(ⅳ) 두 점 (a, b), (c, d)가 모두 직선 $y = 2x$ 위에 있는 경우

$3a+3c = 12$이므로 $a+c = 4$

따라서 두 점 (a, b), (c, d)가 모두 직선 $y = 2x$ 위에 있을 때의 순서쌍의 개수 ${}_2H_2 = 3$에서

(ⅰ)과 중복되는 순서쌍 $(2, 4, 2, 4)$를 제외한 순서쌍의 개수는 2이다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여 구하는 순서쌍의 개수는 $165 - 5 - (14+14-2) = 134$

22. [출제의도] 수열의 극한의 성질 이해하기

$$\lim_{n\to\infty}(a_n + 2b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n + 2\lim_{n\to\infty} b_n$$

$$= 2 + 2 \times 1 = 4$$

23. [출제의도] 급수의 뜻 이해하기

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+2)} = 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$= 2\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right)$$

$$= 2\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}\right) = 1$$

24. [출제의도] 등비중항 이해하기

세 수 a^2, 12, b^2이 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$12^2 = a^2b^2 = (ab)^2$

a, b는 양수이므로 $a \times b = 12$

25. [출제의도] 이항정리 이해하기

$(x+2y)^4$의 전개식의 일반항은

${}_4C_r x^r (2y)^{4-r} = {}_4C_r 2^{4-r} x^r y^{4-r}$이고

x^2y^2인 항은 $r = 2$인 경우이다.

따라서 x^2y^2의 계수는 ${}_4C_2 \times 2^2 = 24$

26. [출제의도] 합성함수의 값 추론하기

$(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(-2) = -2+a$

$(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(a)$

(ⅰ) $a < 2$일 때

$g(a) = a-2$이므로

$(f \circ g)(0) + (g \circ f)(0) = -2+a+a-2 = 10$에서

$a = 7$이므로 조건에 맞지 않는다.

(ⅱ) $a \geq 2$일 때

$g(a) = a^2$이므로

$(f \circ g)(0) + (g \circ f)(0) = -2+a+a^2 = 10$에서

$a = -4$ 또는 $a = 3$

$a \geq 2$이므로 $a = 3$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a = 3$

27. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 문제해결하기

$$\left(\sqrt{3^n}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{n}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{n}{4}}, \quad \sqrt[n]{3^{100}} = 3^{\frac{100}{n}}$$

$3^{\frac{n}{4}}$, $3^{\frac{100}{n}}$이 모두 자연수가 되도록 하는

$n(n \geq 2)$은 4의 배수이고 100의 양의 약수이다.

따라서 구하는 모든 n의 값의 합은

$4+20+100 = 124$

28. [출제의도] 등차수열을 활용하여 추론하기

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

(가)에서

$a_1 + (a_1+d) + (a_1+2d) = 159$이므로

$a_1 + d = 53$ …… ㉠

(나)에서

$(a_m - 2d) + (a_m - d) + a_m = 96$이므로

$a_m - d = 32$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a_1 + a_m = 85$이므로

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = \frac{m}{2}(a_1 + a_m) = \frac{m}{2} \times 85 = 425$$이고

$m = 10$이다.

또한 ㉠, ㉡에서 $a_1 = 56$, $d = -3$이므로

$a_n = -3n + 59$

따라서 $a_{11} = -33 + 59 = 26$

29. [출제의도] 이항정리를 활용하여 경우의 수 추론하기

$n(S_1) = k$($3 \leq k \leq 10$, k는 자연수)인 집합 S_1의 개수는 전체집합 U의 원소 10개 중 서로 다른

k개를 선택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_{10}\mathrm{C}_k$이다.
또한 $S_1 \subset S_2 \subset S_3$이므로 집합 S_1에 속하지 않는 원소는 세 집합 S_2-S_1, S_3-S_2, $U-S_3$ 중 어느 한 집합에 속해야 한다.
집합 S_1에 속하지 않는 $(10-k)$개의 원소가 세 집합 S_2-S_1, S_3-S_2, $U-S_3$ 중 어느 한 집합의 원소가 되도록 정하는 경우의 수는 서로 다른 세 개에서 중복을 허락하여 $(10-k)$개를 선택하는 중복순열의 수 ${}_3\Pi_{10-k}=3^{10-k}$과 같다.
그러므로 $n(S_1)=k$일 때 집합 S_1, S_2, S_3의 순서쌍 (S_1, S_2, S_3)의 개수는 ${}_{10}\mathrm{C}_k \times \boxed{3^{10-k}}$이다.
따라서 $n(S_1) \geq 3$, $S_1 \subset S_2 \subset S_3$을 만족시키는 순서쌍 (S_1, S_2, S_3)의 개수는 이항정리에 의하여

$$\sum_{k=3}^{10}\left({}_{10}\mathrm{C}_k \times \boxed{3^{10-k}}\right)=\sum_{k=3}^{10}{}_{10}\mathrm{C}_k \times 1^k \times 3^{10-k}$$
$$=\sum_{k=0}^{10}{}_{10}\mathrm{C}_k \times 1^k \times 3^{10-k}-\sum_{k=0}^{2}{}_{10}\mathrm{C}_k \times 1^k \times 3^{10-k}$$
$$=(1+3)^{10}-\left(3^{10}+10\times 3^9+45\times 3^8\right)$$
$$=4^{10}-\boxed{84}\times 3^8$$

따라서 $f(k)=3^{10-k}$이고 $a=84$이므로
$a+f(8)=84+9=93$

<참고>
$$\sum_{k=0}^{10}{}_{10}\mathrm{C}_k \times 1^k \times 3^{10-k}$$
$$={}_{10}\mathrm{C}_0 \times 1^0 \times 3^{10}+{}_{10}\mathrm{C}_1 \times 1^1 \times 3^9+\cdots+{}_{10}\mathrm{C}_{10}\times 1^{10}\times 3^0$$
$$=(1+3)^{10}$$

30. [출제의도] 함수의 연속을 활용하여 문제해결하기

$f(x)=\dfrac{-ax-b+1}{ax+b}=\dfrac{1}{ax+b}-1$
함수 $y=g(x)$의 그래프는
$f(x)<k$일 때 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하고 y축의 방향으로 $2k$만큼 평행이동한 그래프이고,
$f(x)\geq k$일 때 함수 $y=f(x)$의 그래프와 같다.

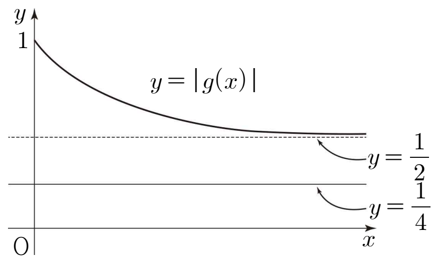
$g(x)=\begin{cases} 2k-f(x) & (f(x)<k) \\ f(x) & (f(x)\geq k) \end{cases}$이므로

$\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}|f(x)|$ 또는
$\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}|2k-f(x)|$이다.

(가)에서 $\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\dfrac{1}{2}$이므로

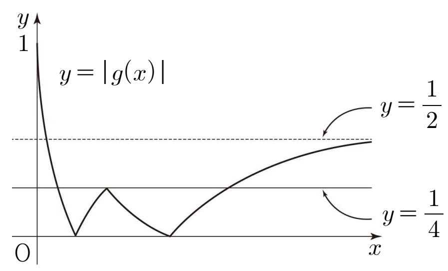
$\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}|f(x)|=\dfrac{1}{2}$이라 하면
$\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}\left|\dfrac{1}{ax+b}-1\right|=1\neq\dfrac{1}{2}$이므로
조건에 맞지 않는다.
한편 $\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}|2k-f(x)|$라 하면
$\lim\limits_{x\to\infty}|g(x)|=\lim\limits_{x\to\infty}\left|2k-\dfrac{1}{ax+b}+1\right|=|2k+1|=\dfrac{1}{2}$
이므로 $k=-\dfrac{1}{4}$ 또는 $k=-\dfrac{3}{4}$이다.
(나)에서 $|g(0)|=1$이고, 함수 $y=f(x)$의 그래프의 한 점근선 $x=-\dfrac{b}{a}$는 $ab>0$이므로 $-\dfrac{b}{a}<0$이다.

(i) $k=-\dfrac{1}{4}$, $a<0$일 때
함수 $y=|g(x)|$의 그래프는 그림과 같다.



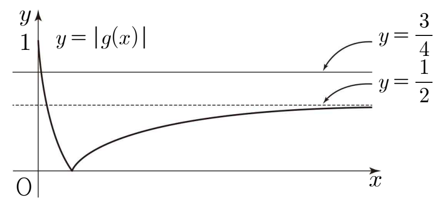
따라서 함수 $y=|g(x)|$의 그래프와 직선 $y=-k$는 만나지 않으므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(ii) $k=-\dfrac{1}{4}$, $a>0$ 일 때
함수 $y=|g(x)|$의 그래프는 그림과 같다.



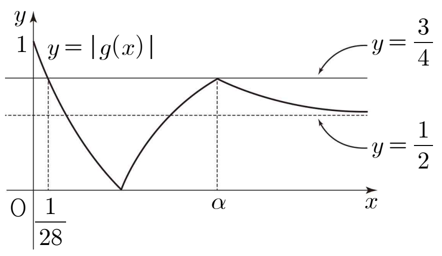
따라서 함수 $y=|g(x)|$의 그래프와 직선 $y=-k$는 서로 다른 세 점에서 만나므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(iii) $k=-\dfrac{3}{4}$, $a<0$ 일 때
함수 $y=|g(x)|$의 그래프는 그림과 같다.



따라서 함수 $y=|g(x)|$의 그래프와 직선 $y=-k$는 한 점에서 만나므로 조건 (다)에 맞지 않는다.

(iv) $k=-\dfrac{3}{4}$, $a>0$ 일 때
함수 $y=|g(x)|$의 그래프는 그림과 같다.

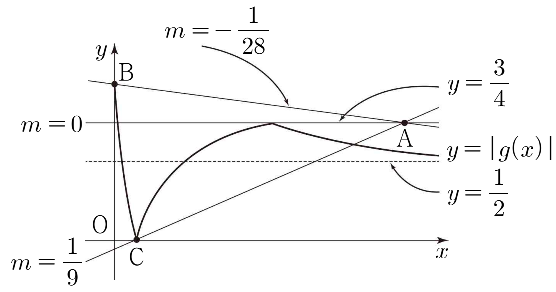


따라서 함수 $y=|g(x)|$의 그래프와 직선 $y=-k$는 서로 다른 두 점에서만 만나므로 조건 (다)를 만족시킨다.

(i), (ii), (iii), (iv)에 의하여 $k=-\dfrac{3}{4}$, $a>0$

이때 $|g(0)|=f(0)=1$이므로 $b=\dfrac{1}{2}$이고
$\left|g\left(\dfrac{1}{28}\right)\right|=f\left(\dfrac{1}{28}\right)=-k=\dfrac{3}{4}$에서 $a=2$이다.
두 함수 $y=|g(x)|$, $y=f(x)$의 그래프의 x절편이 같으므로 $0=\dfrac{1}{2x+\frac{1}{2}}-1$에서 $x=\dfrac{1}{4}$이다.

또한 $|g(\alpha)|=\dfrac{3}{4}$에서 $f(\alpha)=-\dfrac{3}{4}$이고 $\alpha=\dfrac{7}{4}$
직선 $y=m(x-4\alpha)+\dfrac{3}{4}$이 지나는 점 $\left(4\alpha, \dfrac{3}{4}\right)$
즉, $\left(7, \dfrac{3}{4}\right)$을 점 A라 하고 $\mathrm{B}(0, 1)$, $\mathrm{C}\left(\dfrac{1}{4}, 0\right)$이라 하면 두 직선 AB, AC와 함수 $y=|g(x)|$의 그래프는 그림과 같다.



두 직선 AB, AC의 기울기는 각각 $-\dfrac{1}{28}$, $\dfrac{1}{9}$
이고 함수 $h(m)$은 다음과 같다.

$$h(m)=\begin{cases} 1 & \left(m<-\dfrac{1}{28}\right) \\ 2 & \left(-\dfrac{1}{28}\leq m\leq 0\right) \\ 3 & \left(0<m<\dfrac{1}{9}\right) \\ 2 & \left(m=\dfrac{1}{9}\right) \\ 1 & \left(m>\dfrac{1}{9}\right) \end{cases}$$

함수 $h(m)$이 불연속이 되는 실수 m의 값은
$m=-\dfrac{1}{28}$, $m=0$, $m=\dfrac{1}{9}$이므로
모든 실수 m의 값의 합
$M=-\dfrac{1}{28}+0+\dfrac{1}{9}=\dfrac{19}{252}$이다.
따라서 $252M=19$